

文章编号: 1000-8055(2009)09-2145-07

小轮齿面误差与调整参数误差敏感性研究

唐进元, 曹 康, 周 超, 李国顺

(中南大学 机电工程学院 现代复杂装备设计与极端制造教育部重点实验室, 长沙 410083)

摘 要: 研究 SFT(spiral format tilt)加工法加工的弧齿锥齿轮小轮齿面误差与调整参数误差之间的敏感性关系. 给出含刀倾法加工的弧齿锥齿轮齿面模型建立方法, 基于齿轮啮合原理建立调整参数误差敏感性分析模型, 推导了弧齿锥齿轮小轮的理论齿面方程和误差齿面方程, 继而推导了机床调整参数误差作用下的齿面任一点加工误差的解析表达式, 并提出了机床调整参数误差对齿面误差的影响系数概念, 依此判断各项机床调整参数误差对齿面误差的影响程度. 通过理论齿面和误差齿面的比较, 确定了各项机床调整参数误差作用下的全齿面法向误差的变化规律. 由解析法和数值法求解共同确定了弧齿锥齿轮加工过程中对齿面误差影响较大的调整参数误差项. 研究结果可为弧齿锥齿轮齿面误差补偿修正提供理论依据和实践指导.

关 键 词: 弧齿锥齿轮; 调整参数误差; 敏感性; 误差影响系数

中图分类号: TH132. 41

文献标识码: A

Research on the sensitivity between the machine adjustment parameter errors and the spiral bevel gears surface errors

TANG Jin-yuan, CAO Kang, ZHOU Chao, LI Guo-shun

(Key Laboratory of Modern Complex Equipment Design and Extreme Manufacturing, Ministry of Education, School of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The effect law between the machine adjustment parameter errors and surface errors of the hypoid gears by SFT (spiral format tilt) was researched. Based on the gear meshing theory, the equations of theoretical tooth bearing and error tooth were established, the analytical expression of tooth surface processing errors caused by the machine adjustment parameter errors was derived, and the concept of error influence coefficient was proposed. The impact of surface errors caused by machine adjustment parameter errors can be obtained according to the error influence coefficient. By comparing the theoretical tooth bearing with error tooth, the effect law of the whole tooth surface law errors caused by the machine adjustment parameter errors was determined. The major impacts of the machine adjustment parameter errors were determined by the analytical and numerical method. The content and methods of this research provide a theoretical basis and practical guidance to compensate the machine adjustment errors for the spiral bevel gears surface errors.

Key words: spiral bevel gears; adjustment parameters errors; sensitivity; error influence coefficients

弧齿锥齿轮的高精度可控制造是实现其高速、低噪声、低振动等工作性能的基础. 由于机床

收稿日期: 2008-12-28; 修订日期: 2009-05-29

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2005CB724100); 国家自然科学基金(50875263)

作者简介: 唐进元(1962-), 男, 湖南永州人, 教授, 主要从事复杂曲面的数字化设计与制造.

本身的制造误差、安装误差、机床受热变形以及调整参数误差等因素,使被加工齿面和理论设计齿面存在偏差,也即存在齿面误差。为减少齿面误差,使齿面接近理论设计齿面,通过机床的切齿调整参数微量反调对误差进行补偿修正是提高弧齿锥齿轮制造精度的重要途径,通过对机床的切齿参数合理进行补偿调整,可达到实现最小齿面误差的目的。国外学者 Litvin^[1] 分析了机床调整参数误差对齿面接触区位置、齿轮传动性能的影响,而没有分析各项机床调整参数对齿面的影响; Vilmos Simon^[2] 研究机床调整参数对接触质量的影响,没有考虑机床安装误差;国内学者唐进元^[3] 研究了调整参数对齿面接触质量的影响规律,并确定了对齿面接触质量影响较大的调整参数;李丽霞^[4] 用数值法分析了机床调整误差对弧齿锥齿轮大轮齿面形状的影响规律,没有用解析法分析,我们知道在实际加工过程中,大轮是一次性加工而成的,一般只对小轮用变性法或刀倾法进行齿面误差修正,故研究机床调整参数误差对小轮的齿面误差的影响规律更有必要。本文的主要目的是研究刀倾法制造的小轮误差与调整参数之间的关系,对刀倾法制造的小轮,其齿面误差与各个调整参数之间的关系较为复杂,目前在国内外还没有公开文献报道,本文工作主要是寻求刀倾法制造的小轮误差与调整参数之间的关系,为高质量、高精度螺旋锥齿轮的制造提供理论指导,研究工作的应用前景很广阔。

调整参数误差敏感性指的是弧齿锥齿轮加工过程中,各项调整参数误差对齿面误差的影响规律,从调整参数误差微小扰动而导致的齿面误差大小分析,进而确定加工过程中影响最大的调整参数误差项。本文基于齿轮啮合原理,建立齿面误差数学模型,并推导了机床调整参数误差作用下的齿面任一点加工误差的解析表达式。对比理论齿面和误差齿面可确定齿面误差,提出了误差影响系数概念,并以此为依据评价了机床各项加工参数误差对齿面误差的影响程度。由解析法和数值法求解共同确定了弧齿锥齿轮加工过程中对齿面误差影响较大的调整参数误差。

1 SFT加工的弧齿锥齿轮齿面模型建立

SFT 是 spiral format tilt 的缩写,中文意思是:弧齿锥齿轮大轮用成形法加工,小轮用刀倾法加工。基于齿轮啮合原理,齿面方程由已知的刀具

形状,根据齿轮轮坯坐标系和机床坐标系以及砂轮所在的坐标系的位置关系,结合齿轮啮合方程进行齐次坐标变换即可得到。因此,弧齿锥齿轮齿面误差与机床加工参数误差存在一定的关联。

1.1 理论齿面方程的推导

本文中弧齿锥齿轮小轮是按刀倾法加工的,在有刀倾机构的机床上加工,这时的产形轮是锥形产形轮,这种加工小轮的方法称为刀倾法。

目前,螺旋锥齿轮的设计仍是以传统机床为基础^[5] (如图1)。因此本文的螺旋锥齿轮齿面模型是依据机床部件的相互运动建立的,每一个部件的运动可以通过齐次变换矩阵实现。螺旋锥齿轮齿面的展成运动,本质上就是将连续的将刀具切削面方程从持刀刀架坐标系 S_i 根据啮合原理和齐次坐标矩阵变换转换到工件坐标系 S_w 下,即可得到齿面方程。图2表示 S_w 固定在工件上,用于描述工件旋转角;图3中坐标系 S_j 和 S_i 分别固定在刀架上的刀倾体和刀转机构中,用来描述刀倾角和刀转角的变化,因此依据此方法建立的齿面模型可推导刀倾法加工的齿面方程。

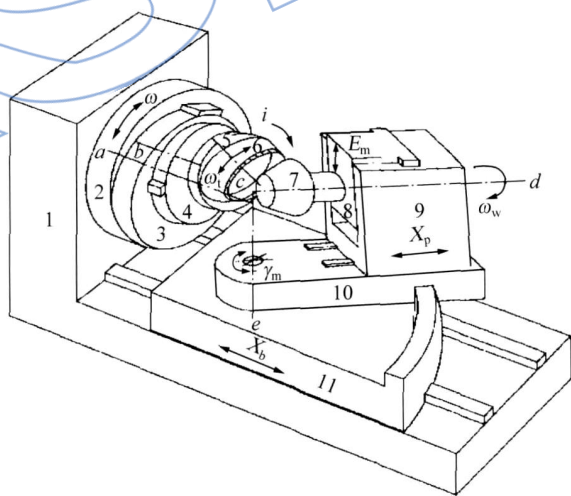


图1 机械式弧齿锥齿轮加工结构示意图

Fig.1 Machine tool structure of mechanical spiral bevel gears

根据齿轮啮合原理,可以得出刀具刃任意 P 点的位置矢量方程和单位切向量和法向量方程在持刀架刀具坐标系 S_i 中,设其矢量和切向量表达式为

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(u, \theta) \quad (1)$$

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{t}_i(u, \theta) \quad (2)$$

其中 u 为切削面描述参数。

通过从坐标系 S_i 到 S_w 的坐标变换,可以把

刀具切削刃上 P 点的位置矢量和单位切向量和法向量转换到工件坐标系 S_w 下

$$\Gamma_w = M_{wi} \cdot r_i(u, \theta) \tag{3}$$

式中的矩阵 M_{wi} 是一系列坐标转换矩阵的合成矩阵.

$$M_{wi} = M_{wo} M_{op} M_{pr} M_{rs} \cdot M_{sm} M_{mc} M_{ce} M_{ej} M_{ji} \tag{4}$$

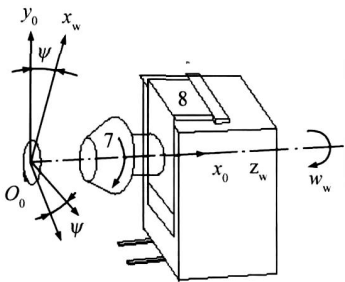


图 2 工件坐标系 S_w
Fig. 2 Work coordinate

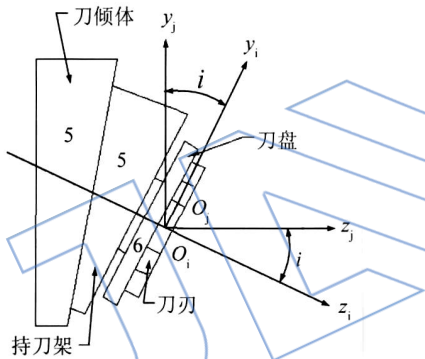


图 3 刀具坐标系 S_j, S_i
Fig. 3 Cutter coordinate

式中转换矩阵 $M_{wo}(\psi)$, $M_{op}(E_m)$, $M_{pr}(X_p)$, $M_{rs}(Y_m)$, $M_{sm}(X_b)$, $M_{mc}(\phi)$, $M_{ce}(s)$, $M_{ej}(j)$, $M_{ji}(i)$ 是按各机构部件位置关系进行变换的矩阵,具体表达式可由有多体运动学的齐次坐标变换方法得到,此处不赘述.通过计算与三维造型得到表 1 所给机床调整参数下的无误差小轮齿廓,如图 4 所示.把小轮理论齿面方程表示为

$$\begin{cases} x_p = x_p[u(k), \theta(k)] \\ y_p = y_p[u(k), \theta(k)] \\ z_p = z_p[u(k), \theta(k)] \end{cases} \tag{5}$$

其中刀倾法加工小轮的机床调整参数为 $k = [R, E_1, X_{b1}, X_1, i_{01}, d, \alpha, I, J, B, Q]$;各机床加工参数意义说明如下: R 是刀盘半径, E_1 是垂直轮位, X_{b1} 是床位, X_1 是水平轮位, i_{01} 是滚比, d 是轮坯安装角, α 是刀具齿形角, I 是刀倾角, J 是刀转

角, B 是刀盘安装偏心角, Q 是刀盘安装摇台角.

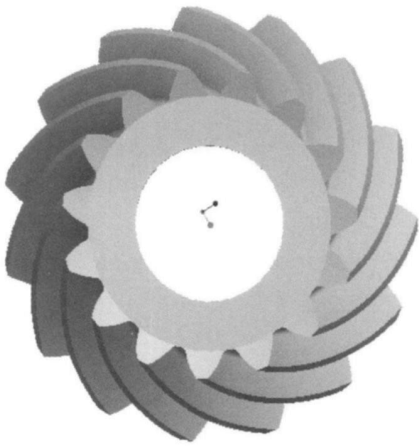


图 4 左旋小轮轮廓
Fig. 4 Configuration of left pinion

表 1 SFT 小轮的机床调整参数
Table 1 Adjustment parameters of the pinion by SFT

小轮参数	参数值
旋向	左旋
齿数 z	15
模数 m/mm	8.22
压力角 $\alpha(^{\circ})$	19
螺旋角 $\beta(^{\circ})$	35
节锥距 R/mm	170.28
节锥角 $\delta(^{\circ})$	18.06
齿根高 h_{ef}/mm	5.67
齿顶高 h_{ea}/mm	9.85
轮坯安装角 $d_1(^{\circ})$	358.2
刀尖半径 r_0/mm	147.574
刀盘齿形角 $\alpha_{b1} (^{\circ})$	14
水平轮位 X_1/mm	-6.63
垂直轮位 E_1/mm	-4.19
床位 X_{b1}/mm	35.6273
刀倾角 $I/^{\circ}$	-65.8735
刀转角 $J/^{\circ}$	242.2749
滚比 i_{01}	2.85453
安装偏心角 $B/^{\circ}$	75.9633
安装摇台角 $Q/^{\circ}$	113.9349

1.2 误差齿面方程的建立

当机床调整参数存在误差时,它偏离了理论设计值,设偏离设计值的机床调整参数为 $k_{\text{误差}} = [R', E_1', X_{b1}', X_1', i_{01}', d', \alpha', I', J', B', Q']$,其中 $R', E_1', X_{b1}', X_1', i_{01}', d', \alpha', I', J', B', Q'$ 分别是有误差的刀盘半径、垂直轮位、床位、水平轮位、滚

表 2 调整参数误差对齿面节点法向误差的影响系数
Table 2 Influence coefficients of tooth processing error

调整参数误差项	误差影响系数
轮坯安装角 d_1	36.655
刀尖半径 r_0	1.0119
刀盘齿形角 α_{b1}	48.211
水平轮位 X_1	0.5456
垂直轮位 E_1	0.2356
床位 X_{b1}	3.4694
安装摇台角 B	1.6435
安装偏心角 Q	61.732
滚比 i_{01}	95.5645
刀倾角 I	10.375
刀转角 J	0.8948

3 数值法分析

前文采用解析法分析了各项机床调整参数误差对齿面节点处法向误差的影响情况,并不能全面反映整个齿面的情况. 为了更加直观地描述出各项机床调整参数误差对全齿面法向误差的影响情况,下面利用数值法求解有机床调整参数误差情况下的齿面法向误差,来确定各项误差对全齿面法向误差的影响情况.

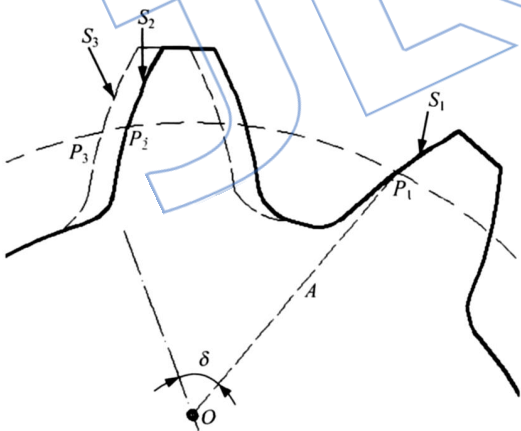


图 6 弧齿锥齿轮加工误差图

Fig.6 Processing error of spiral bevel gears

由式(5)、式(8)可得小轮凹面理想齿面和误差齿面(如图 6). S_1, S_2 为小轮凹面理想齿面,当存在调整参数误差时 S_2 偏离理想位置,误差齿面为 S_3 . P_1, P_2, P_3 分别表示三个齿面上的任一点, O 点为齿轮节锥顶点, δ 为任一点的锥角, A 为任一点的锥距. 设 X 为齿轮轴向,在理论齿面上任一点的位置可以通过下式求得:

$$\begin{cases} P_{2x} = A \cdot \cos \delta \\ \sqrt{P_{2y}^2 + P_{2z}^2} = A \cdot \sin \delta \end{cases} \quad (15)$$

在曲面方程中只包含两个变量,因此可以通过式(15)求得理论齿面上任一点位置 $P_2 (P_{2x}, P_{2y}, P_{2z})$. 设误差齿面上存在点 $P_3 (P_{3x}, P_{3y}, P_{3z})$, $\overrightarrow{P_2 P_3}$ 与理论齿面上 P_2 点处法向重合,则 P_2, P_3 间的距离为齿面 S_2 上节点处的法向误差. 设齿面 S_2 上节点处法向方向为 $n_2 (n_{2x}, n_{2y}, n_{2z})$, 法向误差为 δ ,则下式成立:

$$\begin{cases} P_{2x} = r_{\text{轮}x}' + \delta \cdot n_{2x} \\ P_{2y} = r_{\text{轮}y}' + \delta \cdot n_{2y} \\ P_{2z} = r_{\text{轮}z}' + \delta \cdot n_{2z} \end{cases} \quad (16)$$

将式(15)求得的理论齿面任一点位置参数、式(8)计算的误差齿面方程代入式(16),通过非线性迭代法可以求得理论齿面任一点位置法向误差 δ . 式(16)中对法向误差的求解在文献[5]中已有详细说明,这里不再赘述.

调整参数误差 $\Delta R, \Delta E_1, \Delta I, \Delta J, \Delta X_{b1}, \Delta X_1, \Delta i_{01}, \Delta d, \Delta \alpha, \Delta B, \Delta Q$ 的求取,可用三坐标测量机或齿轮测量机对齿面误差进行检测,然后通过差曲面的方法间接获得;鉴于国外文献[2]中的研究方法是采用人为给定的小误差扰动进行研究,对各个机床调整参数之间的关系没做考虑,本文的研究不涉及齿面误差检测和齿面接触分析,因此研究过程中采用人为设定机床调整参数误差值的方法进行分析研究. 设其中位移调整参数扰动为 $+0.01 \text{ mm}$, 角度调整参数扰动为 $+0.1^\circ$, 无量纲调整参数扰动为 $+0.01$.

通过上述方法分别求取了各项调整参数误差作用下的齿面法向误差,由于篇幅有限,只列出来影响较大的 4 个调整参数误差图和各项调整参数误差对比图.

由图 7~图 11 可知:

1) 齿面大端和小端比齿面中部受各调整参数误差项影响大. 如图 7 所示,滚比误差导致齿面法向误差在小端的正向最大值为 $+0.049313 \text{ mm}$,在大端的负向最大值为 -0.071004 mm ;如图 8 所示,安装角误差导致齿面法向误差在小端的正向最大值为 $+0.014967 \text{ mm}$,在大端的负向最大值为 -0.0072409 mm ;如图 9 所示,齿形角误差导致齿面法向误差在大端的正向最大值为 $+0.0074599 \text{ mm}$,在小端的负向最大值为 -0.012174 mm ;如图 10 所示,刀盘安装偏心角误差导致齿面法向误差在大端的最大值为 0.03079

mm,小端的最大值为 - 0. 029 036 mm. 从图 7~图 11 可知,齿面中部的法向误差都趋于零.

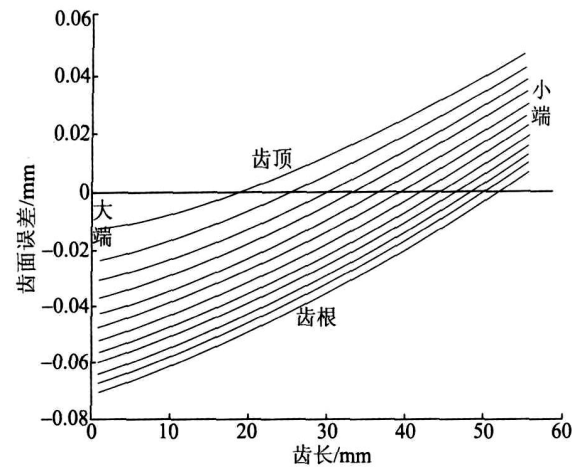


图 7 滚比误差(Δi_{01})图
Fig. 7 Ratio error

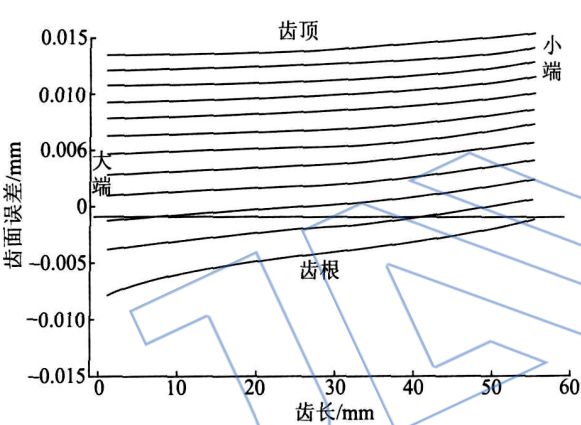


图 8 安装角误差(Δd)图
Fig. 8 Established angle error

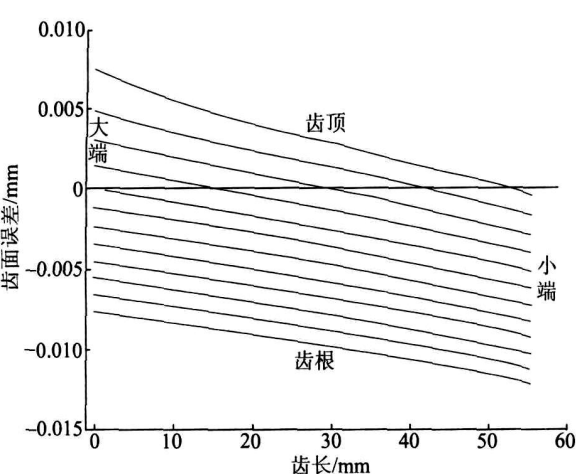


图 9 齿形角误差($\Delta \alpha$)图
Fig. 9 Profile angle error

2) 由图 11 可得:对齿面误差影响较大的调整参数误差项是滚比和轮坯安装偏心角,其次是

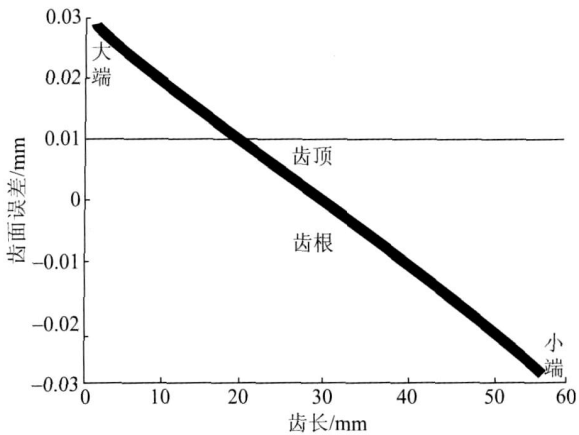


图 10 刀盘安装偏心角误差(ΔB)图
Fig. 10 Eccentric angle error of established

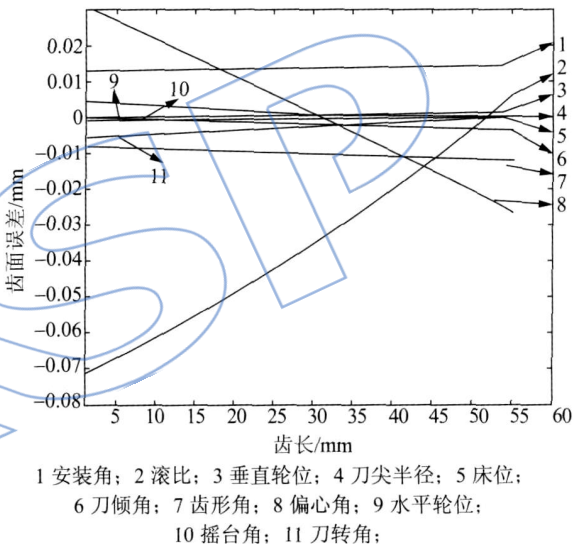


图 11 各项机床调整参数误差对比图
Fig. 11 Comparison of all adjustment parameters errors

刀盘齿形角和轮坯安装角;而其他的调整参数误差项较小.这与解析法分析的结果相符.

3) 齿面上越靠近大端齿根,越靠近小端齿顶受 Δi_{01} , Δd 影响越大;齿面上越靠近大端齿顶,越靠近小端齿根受 $\Delta \alpha$ 影响越大;齿面上越靠近大端,越靠近小端受 ΔB 影响越大,齿根和齿顶受 ΔB 的影响差不多.

4) 当 $\Delta d, \Delta i_{01} > 0$ 时,齿面偏向小端齿顶处要比理论齿面偏高,齿面偏向大端齿根处要比理论齿面偏低,而齿面靠近小端齿顶要比大端齿根受 Δd 影响大.当 $\Delta \alpha, \Delta B > 0$ 时,齿面偏向大端齿顶处要比理论齿面偏高,齿面偏向小端齿根处要比理论齿面偏低.当各调整参数误差项取负偏差时,其误差规律关于误差零线对称.

4 结 论

1) 不同的调整误差项对齿面误差改变量的影响规律是不同的,针对本文所涉及的 SFT 加工方法与齿轮副实例,对齿面误差影响较大的调整参数误差项是滚比和轮坯安装偏心角,其次是刀盘齿形角和轮坯安装角;而其他的调整参数误差项较小.因此,在加工过程中要特别注意滚比、轮坯安装偏心角、刀盘齿形角和轮坯安装角的参数调整.

2) 通过计算分析找到了齿面误差敏感区:齿面小端靠近大端齿根和小端齿顶附近的点对滚比误差、安装角误差比较敏感;齿面靠近大端齿顶和小端齿根附近的点对 $\Delta\alpha$ 比较敏感;齿面上大端和小端的齿根和齿顶附近的点都对 ΔB 比较敏感.

3) 研究内容和方法基于 SFT 加工法,但方法与步骤对其他加工方法(如 HFT(hypoid format tilt),SGM(spiral generated modified)等)也适用,论文为螺旋锥齿轮加工参数反调与齿面误差补偿修正提供了理论积累.

参考文献:

[1] Litvin F L., Faydor L. Generated spiral bevel gears: opti-

mal machine-tool settings and tooth contact analysis [J]. NASA Technical Memorandum,1985,11(12):1-24.

[2] Vilmos S. Computer simulation of tooth contact analysis of mismatched spiral bevel gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42 (3):365-381.

[3] 唐进元,卢延峰,周朝. 调整参数误差对齿面接触质量的影响[J]. 航空动力学报,2008,23(9):1718-1723.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Effect of machine tool adjustment parameter errors on spiral bevel gears tooth contact quality[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(9):1718-1723. (in Chinese)

[4] 李丽霞. 机床调整误差对弧齿锥齿轮大轮齿面形状影响规律的研究[J]. 机械传动,2006. 30(4):13-15.
LI Lixia. Study on the influence of adjustment error of machine tool to the surface of the spiral bevel gear [J]. Mechanical Transmission, 2006, 30 (4):13-15. (in Chinese)

[5] Fan Q, Wilcox L. New developments in tooth contact analysis (TCA) and loaded TCA for spiral bevel and hypoid gear drives [J]. Gear Technology, 2007, 24(3):26-35

[6] 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989.
ZENG Tao. Design and processing of the spiral bevel gear [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1989. (in Chinese)